

臺北市立內湖高級中學 110 學年度 高二數學 3A 寒假作業

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

填充題(60 小題)

1. 將下列弧度轉換成度：

(1) $\frac{7\pi}{5}$ 徑 = _____ ° (2) $-\frac{5\pi}{4}$ 徑 = _____ ° (3) 3 徑 = _____ °

2. 設一扇形的半徑為 2，面積為 5，求此扇形圓心角為 _____ (徑)。

3. 有一個圓，半徑是 10 公分，圓心角為 $\frac{\pi}{6}$ ，則此圓心所對的弧長為 a 公分，則 $a =$ _____。

4. 試求下列各式的值：

(1) $\sin \frac{5\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} \times \sin \frac{\pi}{4} - \sin \frac{7\pi}{4} =$ _____ ° (2) $\sin \frac{5\pi}{2} - \cos \pi + \tan \frac{5\pi}{4} =$ _____ °

5. 求下列各三角函數值：

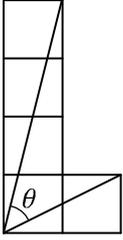
(1) $\sin \frac{\pi}{4} =$ _____ ° (2) $\sin(-\frac{3\pi}{4}) =$ _____ °

(3) $\sin 10\pi =$ _____ ° (4) $\sin \frac{5\pi}{3} =$ _____ °

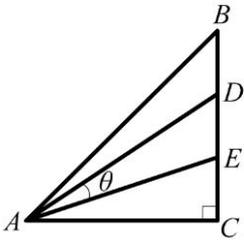
6. 函數 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{2})$ 的對稱軸為 $x = \alpha$ ， $0 \leq \alpha \leq \pi$ ，求 $\alpha =$ _____。7. 設 θ 為廣義角，且 $\tan \theta + \cot \theta = 2\sqrt{5}$ ，則 $\sin \theta \times \cos \theta =$ _____。

8. 已知兩點 $A(2\cos\alpha, 2\sin\alpha)$ ， $B(\cos\beta, \sin\beta)$ ，且 $\alpha - \beta = 60^\circ$ ，則線段 \overline{AB} 的長為_____。

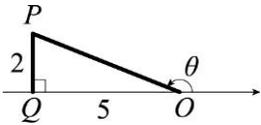
9. 如下圖，圖形由 5 個正方形所構成，求 $\tan \theta =$ _____。



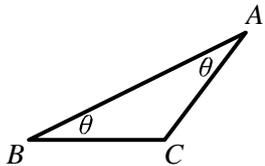
10. 如圖， $\angle C$ 是直角， $\overline{AC} = \overline{BC}$ ， D, E 三等分 \overline{BC} ， $\angle DAE = \theta$ ，則 $\tan \theta =$ _____。



11. 如圖，則 $\sin 2\theta =$ ①_____， $\cos 2\theta =$ ②_____， $\tan 2\theta =$ ③_____。



12. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \angle B = \theta$ ，若 $\tan \angle C = -\frac{4}{3}$ ，則 $\tan \theta =$ _____。



13. 設 $0 \leq x < 2\pi$ ，若 $y = \cos x + \sqrt{3} \sin x + 2$ ，

(1) 當 $x =$ ①_____時， y 有最大值為②_____。

(2) 當 $x =$ ①_____時， y 有最小值為②_____。

14. 設 $f(x) = 3^x$ ，試求下列各函數值：

(1) $f(5) = \textcircled{1}$ _____； $f(-3) = \textcircled{2}$ _____。

(2) 若 $f(a) = 30$ ， $f(b) = 18$ ，則 $f(a-b) =$ _____。

15. 已知 $(\frac{1}{4})^{x^2 - \frac{5}{2}x} > 0.125$ ，求 x 的範圍為_____。

16. 解方程式： $3^{4x-1} = \frac{1}{243}$ ，得 $x =$ _____。

17. 已知坐標平面上三點 $(3, \log 3)$ 、 $(6, \log 6)$ 與 $(12, y)$ 在同一直線上，則 $y = \log$ _____。

18. 設 x 為實數，且 $4^x = 10$ ，則 $x =$ _____（四捨五入取到小數點以下第二位）。（已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ）

19. $(\frac{1}{6})^{42}$ 在小數點下第_____位出現不為 0 的數字。（有效數字）（ $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ）

20. 方程式 $x + \log_2 x = 0$ 有_____個實數解。

21. 解不等式 $-1 \leq \log x < \frac{1}{2}$ ，則 x 的範圍為_____。

22. 平行四邊形 $ABCD$ 中，已知 $A(-1,2)$ ， $B(2,3)$ ， $C(4,2)$ ，則 D 點坐標為_____。

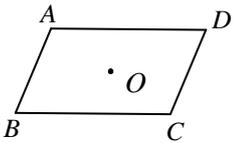
23. 已知 $\vec{AB} = (2,13)$ ， $\vec{AD} = (15,8)$ ， $\vec{DC} = (-6,1)$ ，則

(1) $\vec{CA} =$ _____。

(2) $\vec{CB} =$ _____。

24. 若 $A(k-2, 5)$ 、 $B(-1, 3)$ 、 $C(4, k+3)$ 三點共線，則 $k =$ _____。

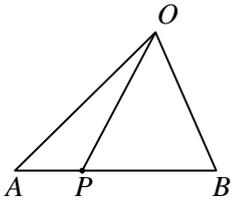
25. A 、 B 、 C 、 D 是平面上四相異點，其中任三點不共線， O 為平面上任一點。若 $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$ 且 $\vec{AC} - \vec{BD} = \alpha \vec{AB} + \beta \vec{AD}$ ，則數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。



26. 若向量 $\vec{a} = (-2,1)$ 、 $\vec{b} = (3,2)$ 、 $\vec{c} = (-5,6)$ 滿足 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，則數對 $(x,y) =$ _____。

27. 在坐標平面上， $\triangle ABC$ 內有一點 P 滿足 $\vec{AP} = \left(\frac{4}{3}, \frac{5}{6}\right)$ 及 $\vec{AP} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{5}\vec{AC}$ 。若 A 、 P 連線交 \overline{BC} 於 M ，則 $\vec{AM} =$ _____。(化成最簡分數)

28. 如圖，若 $\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 3$ ，且 $\overrightarrow{OP} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB}$ ，則數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。



29. 設 $\vec{a} = (2, -3)$ ， $\vec{b} = (3, 5)$ ， $\vec{c} = (-1, -2)$ ，則

(1) $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} =$ _____。

(2) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c}) =$ _____。

30. 設 $|\vec{a}| = 4$ ， $|\vec{b}| = 3$ ， \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 120° ，則

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____。

(2) $\vec{a} \cdot (2\vec{a} - \vec{b}) =$ _____。

(3) $|\vec{a} - 2\vec{b}| =$ _____。

31. 設 $\vec{a} = (-2, 1)$ 、 $\vec{b} = (3, -4)$ ，則 \vec{b} 在 \vec{a} 上的正射影為 _____。

32. 若實數 x 、 y 滿足 $x^2 + 4y^2 = 9$ ，且 $3x - 8y$ 的最大值為 M 、最小值為 m ，則數對 $(M, m) =$ _____。

33. 若 $3x - y = 10$ ，則 $9x^2 + 4y^2$ 的最小值為 _____。

34. 設 $\vec{u} = (3, -2)$ 、 $\vec{v} = (-1, -3)$ ，試求 \vec{u} 與 \vec{v} 所決定的平行四邊形面積為 _____。

35. 一直圓錐的底半徑為 2，高為 $\sqrt{5}$ ，沿斜高剪開展平成一扇形，則此扇形的面積為_____。

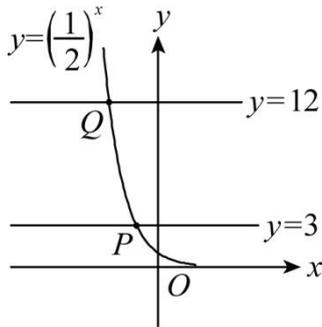
36. 設 $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ ，且 $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ ，則

(1) $\sin \frac{\alpha}{2} =$ _____。

(2) $\cos \frac{\alpha}{2} =$ _____。

37. 方程式 $\log_7(7^x + 49) = \frac{x}{2} + 1 + \log_7 2$ 的解 $x =$ _____。

38. 下圖為 $y = (\frac{1}{2})^x$ 的圖形。設 P 、 Q 分別為直線 $y = 3$ 、 $y = 12$ 與 $y = (\frac{1}{2})^x$ 的交點，求 \overline{PQ} 的長為_____。



39. 設 α 、 β 為方程式 $4^x - 16(2^{x+1}) + 64 = 0$ 的兩根，求 $\alpha + \beta =$ _____。

40. 求下列式子的值。

$$\log_2(\sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}) = \text{_____}。$$

41. 在坐標平面上， $A(a,r)$ 、 $B(b,s)$ 為函數圖形 $y = \log_2 x$ 上之兩點，其中 $a < b$ 。已知 A 、 B 連線的斜率等於 2，且線段 \overline{AB} 的長度為 $\sqrt{5}$ ，則 $(a,b) =$ _____。(化成最簡分數)

42. 解方程式 $x^{1+\log x} = (10x)^3$ ，得 $x =$ _____。

43. 設 $A(2,1)$ ， $B(x,-1)$ ， $C(5,x)$ ， $D(x+1,x-4)$ ，若 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ ，則

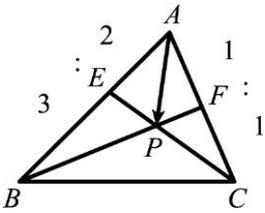
(1) $x =$ _____。

(2) 若 \overrightarrow{AB} 的方向角為 θ ，則 $\cos\theta =$ ① _____， $\sin\theta =$ ② _____。

44. $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{AB} = (2,1)$ ， $\overrightarrow{AC} = (-x,2x)$ ， $x > 0$ ，若 $\triangle ABC$ 的周長為 $6\sqrt{5}$ ，則 $x =$ _____。

45. 設 $\vec{a} = (1,2)$ ， $\vec{b} = (4,3)$ ，若存在一實數 t ，使得 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 為最小，則此最小值為 ① _____，又此時 $t =$ ② _____。

46. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 3$ ， $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 1$ ，設 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則 $x =$ ① _____， $y =$ ② _____。



47. $\triangle ABC$ 中， $A(3,-7)$ ， $B(-5,-1)$ ， $C(7,-4)$ ，設 $\angle A$ 的內角平分線交 \overline{BC} 於 D 點，則 D 點坐標為 _____。

48. 設 $\vec{a} = (3,5)$ ， $\vec{b} = (2,-1)$ ，若 $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$ ，其中 $\vec{u} \parallel \vec{b}$ 且 $\vec{v} \perp \vec{b}$ ，則 $\vec{u} =$ ① _____， $\vec{v} =$ ② _____。

49. 坐標平面上 O 為原點，設 $\vec{u} = (1, 2)$ ， $\vec{v} = (3, 4)$ 。令 Ω 為滿足 $\overrightarrow{OP} = x\vec{u} + y\vec{v}$ 的所有點 P 所形成的區域，其中 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ ， $-3 \leq y \leq \frac{1}{2}$ ，則 Ω 的面積為_____平方單位。(化成最簡分數)

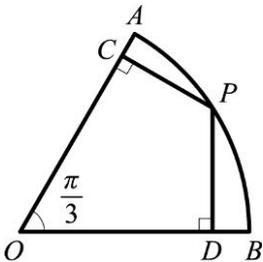
50. 設 $\vec{a} = (-1, t)$ 在直線 $x - y = 0$ 的正射影為 $(2, 2)$ ，則 $t =$ _____。

51. 設 x 為實數，方程式 $|x - 1| + |x + 7| = k$ 有解，則 k 的範圍為_____。

52. 設 $\alpha + \beta = 30^\circ$ ，則 $(\sin\alpha + \sin\beta)(\sin\alpha - \sin\beta)$ 之最小值為_____。

53. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 2$ 、 $\overline{BC} = 3$ 且 $\angle A = 2\angle C$ ，則 $\overline{AC} =$ _____。

54. 已知扇形 OAB 的圓心角 $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ ，半徑為 8， P 是 AB 上的一動點，如圖所示。若 $\overline{PC} \perp \overline{OA}$ 於 C 點， $\overline{PD} \perp \overline{OB}$ 於 D 點，則四邊形 $PCOD$ 的面積最大值為_____。



55. 設 $f(x) = a^x - a^{-x}$ ， $g(x) = a^x + a^{-x}$ ，若 $f(\alpha) \times f(\beta) = 4$ ， $g(\alpha) \times g(\beta) = 8$ ，則

(1) $g(\alpha + \beta) =$ _____。

(2) $g(\alpha - \beta) =$ _____。

56. 設 $x = \sqrt{3} + 1$ ，求 $\log_2(x^3 - x^2 - 4x + 6) =$ _____。

57. 設高斯符號 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數，例如 $[3.5] = 3$ ， $[2] = 2$ ， $[-2.5] = -3 \dots$ 等。令 $a_n = [\log n]$ ， n 是自然數，則

(1) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} =$ _____。

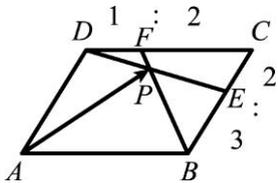
(2) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{150} =$ _____。

58. 已知 α 是方程式 $\log_2 x + x - 4 = 0$ 的實根， β 是方程式 $2^x + x - 4 = 0$ 的實根，則 $\alpha + \beta =$ _____。

59. 解方程式 $x^{2\log x} = \frac{1000}{x}$ ，得 $x =$ _____。

60. 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{BE} : \overline{EC} = 3 : 2$ ， $\overline{CF} : \overline{FD} = 2 : 1$ ， \overline{BF} 與 \overline{DE} 交於 P 點，若

$\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$ ，則 $x =$ ① _____， $y =$ ② _____。



參考答案：

$$\text{[1]}(1) 252^\circ (2) -225^\circ (3) \frac{540^\circ}{\pi} \text{[2]} \frac{5}{2} \text{[3]} \frac{5\pi}{3} \text{[4]}(1) -\frac{1}{2} (2) 3 \text{[5]}(1) \frac{\sqrt{2}}{2} (2) -\frac{\sqrt{2}}{2} (3) 0 (4) -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{[6]} 0 \text{ 或 } \frac{\pi}{2} \text{ 或 } \pi \text{[7]} \frac{\sqrt{5}}{10} \text{[8]} \sqrt{3} \text{[9]} \frac{7}{6} \text{[10]} \frac{3}{11} \text{[11]} \textcircled{1} \frac{-20}{29} \textcircled{2} \frac{21}{29} \textcircled{3} \frac{-20}{21} \text{[12]} \frac{1}{2} \text{[13]}(1) \textcircled{1} \frac{\pi}{3} \textcircled{2} 4 (2) \textcircled{1} \frac{4\pi}{3} \textcircled{2} 0$$

$$\text{[14]}(1) \textcircled{1} 243 \textcircled{2} \frac{1}{27} (2) \frac{5}{3} \text{[15]} -\frac{1}{2} < x < 3 \text{[16]} -1 \text{[17]} 24 \text{[18]} 1.66 \text{[19]} 33 \text{[20]} 1 \text{[21]} \frac{1}{10} \leq x < \sqrt{10}$$

$$\text{[22]}(1,1) \text{[23]}(1) (-9,-9) (2) (-7,4) \text{[24]} \frac{1 \pm \sqrt{41}}{2} \text{[25]}(2, 0) \text{[26]}(4,1) \text{[27]} \left(\frac{40}{21}, \frac{25}{21}\right) \text{[28]} \left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}\right) \text{[29]}(1) (9,18) (2) (-26,39)$$

$$\text{[30]}(1) -6 (2) 38 (3) 2\sqrt{19} \text{[31]}(4,-2) \text{[32]}(15,-15) \text{[33]} 80 \text{[34]} 11 \text{[35]} 6\pi \text{[36]}(1) \frac{\sqrt{10}}{10} (2) \frac{-3\sqrt{10}}{10} \text{[37]} 2 \text{[38]} \sqrt{85} \text{[39]} 6 \text{[40]} 1$$

$$\text{[41]} \left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right) \text{[42]} 1000 \text{ 或 } \frac{1}{10} \text{[43]}(1) 6 (2) \textcircled{1} \frac{2}{\sqrt{5}} \textcircled{2} \frac{-1}{\sqrt{5}} \text{[44]} \frac{12}{5} \text{[45]} \textcircled{1} 1 \textcircled{2} -\frac{2}{5} \text{[46]} \textcircled{1} \frac{1}{4} \textcircled{2} \frac{3}{8}$$

$$\text{[47]}(3,-3) \text{[48]} \textcircled{1} \left(\frac{2}{5}, -\frac{1}{5}\right) \textcircled{2} \left(\frac{13}{5}, \frac{26}{5}\right) \text{[49]} \frac{7}{2} \text{[50]} 5 \text{[51]} k \geq 8 \text{[52]} -\frac{1}{2} \text{[53]} \frac{5}{2} \text{[54]} 16\sqrt{3} \text{[55]}(1) 6 (2) 2$$

$$\text{[56]} 3 \text{[57]}(1) 1 (2) 192 \text{[58]} 4 \text{[59]} \frac{\sqrt{10}}{100} \text{ 或 } 10 \text{[60]} \textcircled{1} \frac{5}{11} \textcircled{2} \frac{9}{11}$$

2022.2.11(五)開學