

臺北市立內湖高級中學110學年度高一數學寒假作業建議進度表

星期	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
日期	1月17日	1月18日	1月19日	1月20日	1月21日	1月22日	1月23日
大事記					寒假開始		
進度						1-1	
日期	1月24日	1月25日	1月26日	1月27日	1月28日	1月29日	1月30日
大事記							
進度	1-2	2-1	2-2	3-1	3-2	3-3	
日期	1月31日	2月1日	2月2日	2月3日	2月4日	2月5日	2月6日
大事記	除夕	初一	初二	初三	初四	初五	初六
進度							
日期	2月7日	2月8日	2月9日	2月10日	2月11日	2月12日	2月13日
大事記					開學		
進度	4-1	4-2	4-3	總複習	期初競試		

臺北市立內湖高級中學 110 學年度寒假作業五十題

請作答在筆記本中並標清楚題號，或自行列印後作答在題目上
需有清楚的過程，照抄答案無過程不予計分，『每天練五題，愉快又歡喜』

班級 座號 姓名

1-1 數與數線

01. 下列哪些為有理數？

- (A) $\overline{0.512}$ (B) $1-\sqrt{3}$ (C) $(\sqrt{5})^2$ (D) -6 (E) $\pi+2$

(A)(C)(D)

02. 請比較 $a=\sqrt{6}+\sqrt{14}$ ， $b=\sqrt{7}+\sqrt{13}$ ， $c=\sqrt{8}+\sqrt{12}$ 之大小。

$a < b < c$

03. 設 $A(2)$ 、 $B(10)$ 為數線上兩點：

- (1) 若 P 點介於 A 、 B 兩點之間且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 5$ ，試求 P 點的坐標。
(2) 若 A 點介於 P 、 B 兩點之間且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 4 : 5$ ，試求 P 點的坐標。

(1) 5 (2) -30

04. (1)說明 $|x|=3$ 的幾何意義。(2)解 $|x|=3$ 。

(1)略(2) $x=\pm 3$

05. 試解不等式 $5 < |2x+3| < 8$ 。

$-\frac{11}{2} < x < -4$ 或 $1 < x < \frac{5}{2}$

1-2 式的運算

06. 展開並化簡下列各式：

(1) $(2a-b)^3$ 。 (2) $(a-2)(a+2)(a^2+2a+4)(a^2-2a+4)$ 。

(1) $8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3$ (2) $a^6 - 64$

07. 試將下列各式因式分解：

(1) $x^3 - 1$ 。 (2) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ 。

(1) $(x-1)(x^2+x+1)$ (2) $(x-2)^3$

08. 已知 $x + \frac{1}{x} = 2$ ，試求下列各式之值：(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 。 (2) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 。

(1) 2；(2) 2

09. 化簡以下雙重根式：(1) $\sqrt{6+2\sqrt{5}}$ 。 (2) $\sqrt{7-2\sqrt{10}}$ 。 (3) $\sqrt{7-\sqrt{48}}$ 。

(1) $\sqrt{5} + 1$ (2) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ (3) $2 - \sqrt{3}$

10. 用 80 公尺長的鐵絲網圍一矩形菜園，試求可以圍出的最大面積。

400 平方公尺

2-1 指數

11. 試求下列各式的值：(1) $(-\sqrt{3})^3 (-\sqrt{3})^5$ 。 (2) $\frac{(10^2)^3}{2^4 \times 5^4}$ 。

(1) 81(2)100

12. 試求下列各式的值：(1) $(3^3)^{-1} + 3^6 \times 3^{-7}$ 。 (2) $(\sqrt{5} + 2)^{-3} (\sqrt{5} - 2)^{-4}$ 。

(1) $\frac{10}{27}$ (2) $\sqrt{5} + 2$

13. 試求下列各式的值：(1) $9^{1+\sqrt{3}} \times 27^{-\frac{2\sqrt{3}}{3}}$ 。 (2) $(3^{\sqrt{2}} \times 7^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$ 。

(1) 9 (2) 441

14. 放射性物質其重量衰變為原來的一半所需的時間稱為「半衰期」，某放射性物質重 64 克，半衰期為 2 年，試問： (1) 6 年後剩多少克？ (2) 該物質剩下 1 克時，需多少年？

8 克 (2) 12 年

15. 計算下列各小題的值，並將答案以科學記號表示且將係數部分四捨五入至小數點後第二位：

(1) $2.30 \times 10^4 + 9.12 \times 10^4$ 。

(2) $4.30 \times 10^4 - 6.10 \times 10^3$ 。

(3) $(5.00 \times 10^5) \times (2.50 \times 10^{-2})$ 。

(4) $(5.80 \times 10^{-5}) \div (2.40 \times 10^{-7})$ 。

1.14×10^5 (2) 3.69×10^4 (3) 1.25×10^4 (4) 2.42×10^2

2-2 常用對數

16. (1) 將 52 寫成 10 的次方形式。 (2) 試求 $10^{\log 8}$ 的值。

(1) $52 = 10^{\log 52}$ (2) 8

17. (1) 試求 $\log 10000$ 之值。 (2) 試求 $\log 0.001$ 之值。

(1) 4 (2) -3

18. 若 $\log a = 5.4$, $\log b = 2.4$, 試問 a 是 b 的多少倍?

1000 倍

19. 若 $\log a = 3.37$, 則 a 最接近下列哪一個數字?

(A) 23456 (B) 2345 (C) 234 (D) 23

(B)

20. 已知芮氏地震規模 (M) 與地震釋放的能量 (E) 之間的關係為 $\log E = 4.8 + 1.5 M$, 試問地震規模 8.0 釋放的能量是地震規模 2.0 釋放能量的多少倍?

10^9 倍

3-1 多項式的運算與應用

21. 多項式 $f(x) = -3x^4 + 2x^3 - x^2 + 5$ ，試求：

(1) $\deg(f(x))$ 。 (2) x^2 項的係數。 (3) 常數項。

(1) $\deg(f(x)) = 4$ (2) -1 (3) 5

22. 已知 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ ， $g(x) = x^2 + x + 2$ ，若 $g(x)$ 整除 $f(x)$ ，試求商式及 a 、 b 。

商式為 $x-1$ ， $a=0$ ， $b=1$

23. 已知 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 的商式是 $q(x)$ ，餘式是 $r(x)$ ，求 $f(x)$ 除以 $\frac{1}{2}g(x)$ 的商與餘式。

商 $2q(x)$ ，餘 $r(x)$

24. 試求多項式 $f(x) = x^3 - x^2 + 5x - 6$ 除以 $x+2$ 的餘式。

25. 若三次多項式 $f(x)$ 滿足 $f(1) = 0$ ， $f(-2) = 0$ ， $f(2) = 28$ ， $f(0) = 10$ ，試求 $f(x)$ 。

$$f(x) = (x-1)(x+2)(6x-5)$$

3-2 簡單多項式函數及其圖形

26. 已知 $f(x) = x^2 + x + 1$ ，試求下列各小題：(1) $f(2)$ 。 (2) $f(-x)$ 。 (3) $f(3x)$ 。

$$(1) 7 ; (2) x^2 - x + 1 ; (3) 9x^2 + 3x + 1$$

27. 試利用配方法，將下列各二次函數配方：

(1) $x^2 + 5x - 1$ 。 (2) $2x^2 + x - 1$ 。

$$(1) \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{29}{4} ; (2) 2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$$

28. 試求二次函數 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ ，在 $-1 \leq x \leq 3$ 範圍中的最大值及最小值。

最大值為 6，最小值為 2

29. 若二次函數 $f(x) = x^2 - 8x + k$ 的函數值恆為正數，試求 k 的範圍。

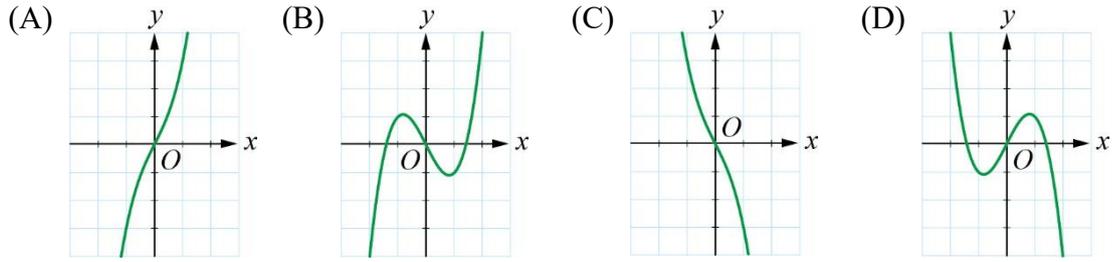
$$k > 16$$

30. 試求二次函數 $-x^2 + 2x + 7$ ，在 $-4 \leq x \leq 0$ 範圍中的最大值及最小值。

最大值為 7，最小值為 -17

3-3 多項式函數的圖形與多項式不等式

31. 下列四個圖形中哪一個為 $y = x^3 + 2x$ 的圖形(請說明理由)。



(A)

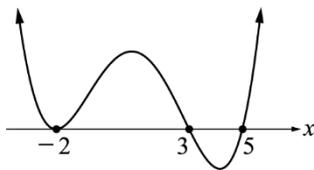
32. 將多項式函數 $y = x^3 - x$ 的圖形往右平移 1 單位，再往上平移 3 單位，試求所得圖形對應的多項式函數。

$$y = x^3 - 3x^2 + 2x + 3$$

33. 若已知 $2x^3 + 6x^2 + x - 4 = 2(x+a)^3 + b(x+a) + k$ ，試求出 a , b , k 的值。

$$a = 1, b = -5, k = -1$$

34. 已知多項式 $y = f(x)$ 的函數圖形如圖，試求不等式 $f(x) < 0$ 的解。



$$3 < x < 5$$

35. 試解下列不等式：

(1) $(x-3)(x+2)(x-5) \geq 0$ (2) $(x+3)(x+2)^2(x^2+x+4) > 0$

$$(1) x \geq 5 \text{ 或 } -2 \leq x \leq 3 \quad (2) x > -3 \text{ 但 } x \neq -2$$

4-1 直線方程式及其圖形

36. 試求滿足下列條件之直線方程式：

- (1) 過點 $(-2, 3)$ 且斜率為 $\frac{2}{3}$ 的直線。 (2) 過點 $(2, -1)$ 、 $(3, 3)$ 兩點的直線。

(1) $2x - 3y + 13 = 0$ (2) $4x - y - 9 = 0$

37. 試求滿足下列條件之直線方程式：

- (1) 過點 $P(2, 3)$ 且與直線 $L: 2x + y - 1 = 0$ 平行的直線方程式。
(2) 過點 $P(0, 2)$ 且與直線 $L: 2x + y + 7 = 0$ 平行的直線方程式。

$2x + y - 7 = 0$ (2) $2x + y - 2 = 0$

38. 試求滿足下列條件之直線方程式：

- (1) 過點 $P(3, -1)$ 且與直線 $L: 2x + 3y - 6 = 0$ 垂直的之直線方程式。
(2) 過點 $P(5, 2)$ 且與直線 $L: 3x - 2y + 2 = 0$ 垂直的之直線方程式。

$x - 2y - 11 = 0$ (2) $2x + 3y - 16 = 0$

39. 已知一點 $A(-1, 3)$ 與直線 $L: 2x - y - 5 = 0$ ，試求點 A 到直線 L 的垂足坐標。

$(3, 1)$

40. 高速公路的爬坡道，若有一路段為穩定上升

每水平前進 100 公尺，垂直高度爬升了 4 公尺。請問爬坡道的坡度為多少？

4-2 直線方程式的應用

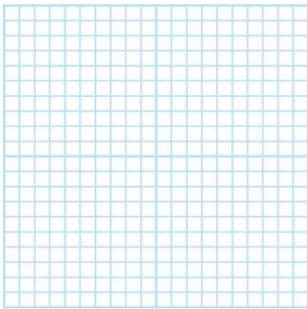
41. 解下列聯立方程式：

$$(1) \begin{cases} 5x-3y=9 \\ x+2y=7 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 5x-3y=9 \\ 15x-9y=19 \end{cases}$$

42. 試求點 $P(4, -1)$ 到直線 $L: 8x-6y+2=0$ 的距離。
(1) $(x, y) = (3, 2)$ (2) 無解

4

43. 試在坐標平面上，畫出二元一次聯立不等式 $\begin{cases} 2x+y-2 \geq 0 \\ 2x-3y+6 > 0 \end{cases}$ 的圖形。



略

44. 坐標平面上，設直線 L 的斜率為 m ， y 截距為 5，
若兩點 $A(2, 1)$ ， $B(-3, 2)$ 在直線 L 的異側，試求 m 的範圍。

$$m < -2 \text{ 或 } m > 1$$

45. 坐標平面上，設直線 L 的斜率為 m ， y 截距為 3，若兩點 $A(-2, -3)$ ， $B(3, 2)$
在直線 L 的異側，試求 m 的範圍。

$$m < -\frac{1}{3} \text{ 或 } m > 3$$

4-3 圓與直線的關係

46. 試求滿足下列條件的圓方程式：

- (1) 以點 $P(-5, 4)$ 為圓心，半徑為 3 的圓。
- (2) 以點 $A(3, 1)$ 為圓心且過點 $B(-2, -3)$ 的圓。

$$(1) (x+5)^2 + (y-4)^2 = 9 \quad (2) (x-3)^2 + (y-1)^2 = 41$$

47. 試判斷圓 $C: x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$ 和直線 $L: 2x + y = 0$ 的關係。

交於一點 $(-1, 2)$

48. 已知點 $P(0, 3)$ 在圓 $C: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 20$ 上，
試求過點 P 且與圓 C 相切之切線方程式。

$$x - 2y + 6 = 0$$

49. 試求過點 $P(0, 3)$ 且與圓 $C: x^2 + y^2 = 3$ 相切之切線方程式。

$$\sqrt{2}x - y + 3 = 0 \text{ 及 } \sqrt{2}x + y - 3 = 0$$

50. 已知圓 $C: x^2 + (y+2)^2 = 20$ ，若直線 L 與圓 C 相切且斜率為 $-\frac{1}{2}$ ，

試求出直線 L 的方程式。

$$x + 2y - 6 = 0 \text{ 及 } x + 2y + 14 = 0$$