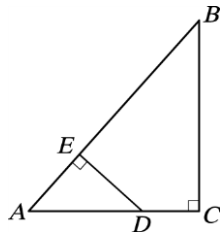


臺北市立內湖高級中學110學年度第二學期 數學科 暑假作業

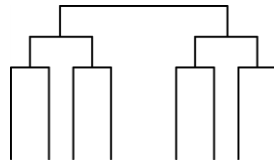
年 班 座號： 姓名：

PS. 請將每題的詳細計算過程寫在A4紙上，開學交給數學老師

1. 如圖， $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$ ， $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{AD} = 3$ ，則 $\tan B =$ 【 】。



2. 若將 $(x^2 - 3y^3)^8$ 展開後作同類項的合併化簡，則 $x^{10}y^9$ 項的係數為 【 】。【北一女中】
3. 若一等比數列 $\langle a_n \rangle$ 共有 12 項，且 $a_1 + a_2 + a_3 = 10$ ， $a_4 + a_5 + a_6 = 15$ ，則此數列所有項的和為 【 】。
4. 芊芊平常以充電電池作為個人聽 MP3 時的電源供應。某天早上芊芊與好友相約出門，匆忙中，自電池收納盒中隨手取了兩顆電池，而己知當時盒中有 8 顆電池，其中有兩顆尚未充電（沒電），則芊芊當天無法聽 MP3 的機率為 【 】。（註：拿到兩顆電池均沒電之機率）
5. 世界棒球錦標賽共有中華隊等 8 支隊伍參加，採單淘汰制，其賽程表如圖，則賽程排法有 【 】種。【生活應用題】【臺中一中】



6. 小如每月薪水 30000 元，每月省吃儉用到底還剩 4500 元可以參加某銀行年利率 1.8%，存款期為 30 個月，每個月複利計息一次的零存整付優惠存款專案。小如依此專案每月存入 4500 元，並連續儲蓄 30 個月，試問期滿後，小如連本帶利總共有 【 】元。（四捨五入至整數位，已知 $1.0015^{29} \approx 1.044$ ， $1.0015^{30} \approx 1.046$ ）
7. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 0$ ， $a_{n+1} = a_n + n$ ，且 n 為正整數，求 $a_{20} =$ 【 】。【彰化高中】
8. 擲 3 顆公正骰子，
- (1) 恰好有兩顆點數相同的機率為 【 】。
- (2) 此三顆骰子出現點數均不相同的機率為 【 】。【前鎮高中】
9. 附表是 4 位同學參加學測的數學與自然考科成績，其中 X 為數學考科級分， Y 為自然考科級分。

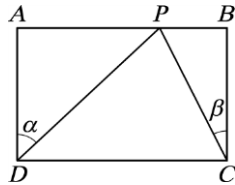
| 考生 | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 |
|----------|----|----|---|----|
| 數學級分 X | 13 | 11 | 9 | 7 |
| 自然級分 Y | 14 | 12 | 8 | 10 |

- (1) 此 4 位同學 X 與 Y 的相關係數為 【 】。
- (2) 若某生數學科成績為 15 級分，試利用最適直線方程式推測其自然科成績為 【 】級分。【生活應用題】【臺中二中】

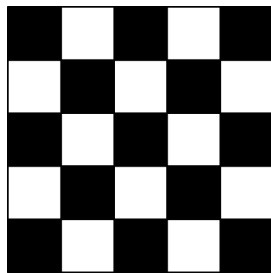
【參考說明：①相關係數 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} \times \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \mu_Y)^2}}$ ，②最適直線方程式：

$$L: y - \mu_Y = r \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)】$$

10. 如圖，在矩形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 11$ 公分， $\overline{BC} = 7$ 公分， P 點在 \overline{AB} 上移動，但 P 點異於 A, B 點，求 $\tan \alpha + \tan \beta =$ 【 】。【師大附中】



11. 在 5×5 的黑白棋盤中，選一個黑色格跟一個白色格，則選出的黑色格與白色格不在同一行也不在同一列的方法有 【 】 種。

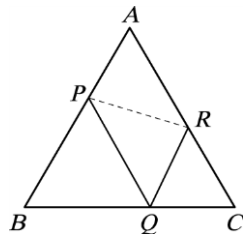


12. 以 $0, 1, 2, 3, 4, 5$ 等六個數字作成四位數，數字不可重複使用，則：

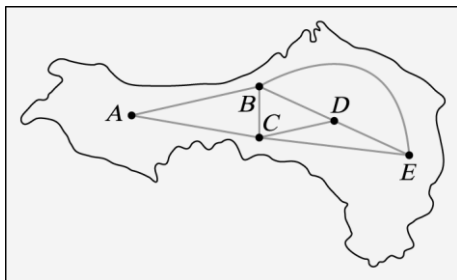
- (1) 此四位數共有 【 】 個。
- (2) 由(1)所得的四位數中，有 【 】 個是偶數。
- (3) 將此四位數由小而大排列：
 - ① 第 100 個數字為 【 】。
 - ② 3420 是第 【 】 個數。

13. 設三筆數據 $(1, 3)$ 、 $(2, 5)$ 、 $(3, k)$ 為完全正相關，若其最適直線方程式為 $y = ax + 1$ ，則數對 $(a, k) =$ 【 】。

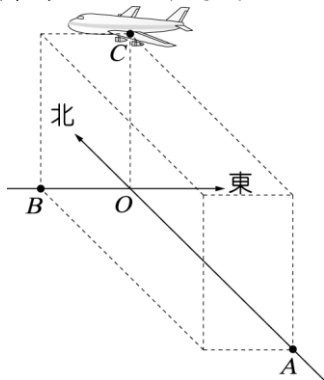
14. 在邊長為 13 的正三角形 ABC 上各邊分別取一點 P, Q, R ，使得 $APQR$ 形成一平行四邊形，如圖所示：若平行四邊形 $APQR$ 的面積為 $20\sqrt{3}$ ，則線段 PR 的長度為 【 】。【101. 學測】【素養題】



15. (1) 一題多重選擇題，若至少有一個答案是正確的，若有 A, B, C, D, E 五個選項，則有 【 】 種可能的答案出現。
 - (2) 一顆公正骰子連擲 4 次，則出現點數的排列方式有 【 】 種。
16. 設有 A, B, C, D, E 五個城市，其通道如附圖所示，今某人欲由 A 地到 E 地，且規定同一城市不可經過兩次或兩次以上，而且不須經過每一城市，則共有 【 】 種走法。



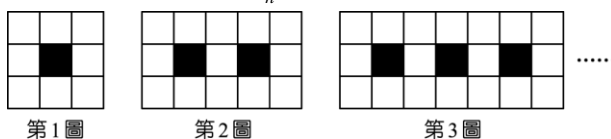
17. 從 5 對夫妻中選出 4 人，則其中恰好有 2 人為夫妻的方法有【 】種。【臺南女中】
18. 設 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ，試化簡 $\sqrt{\sin^2 \theta} + \sqrt{(1 + \sin \theta)^2} =$ 【 】。
19. 已知 θ 為銳角，且 $\cos \theta = \frac{15}{17}$ ，則：
- (1) $\sin \theta =$ 【 】。
- (2) $\tan \theta =$ 【 】。
20. 等差數列 $\langle a_n \rangle$ 中，若 $a_3 + a_7 + a_{11} = 24$ ， $a_4 + a_5 + a_9 + a_{13} + a_{14} = 70$ ，則此數列中第 18 項之值為【 】。【臺中二中】
21. HBL 比賽中，在北一執行最後一波進攻前（由子誼控球），駱教練對其中四位球員下達戰術如下：
- 對後衛子誼：『帶球切入後，可以選擇傳給中鋒倖珈或是傳給在外線左側的前鋒婉晴』
- 對前鋒婉晴：『每次拿到球，可選擇三分投籃、切入傳給中鋒倖珈或是傳給在外線右側的射手心茹』
- 對中鋒倖珈：『若接獲子誼的傳球，則可選擇籃下投籃、傳給外線左側的婉晴或是右側的射手心茹；若接獲婉晴的傳球，則可選擇籃下投籃或是傳給外線右側的射手心茹』
- 對射手心茹：『只要拿到球，就在三分線外投籃』
- 試探討在這一波進攻當中，若遵照駱教練的指示，在投籃前預期將會有【 】種進攻組合。【生活應用題】【北一女中】
22. A, B 兩地間相距 2000 公尺，從 A 地看飛機 C ，其方向為正北，仰角為 30° 。同時從 B 地看同一飛機 C ，其方向為正東，仰角為 60° ，則飛機 C 的高度為【 】公尺。



23. 某校實驗班老師計算班上 10 位同學的數學成績，算術平均數為 56 分，標準差為 4 分，後來老師發現看錯了甲生成績，70 分誤植為 60 分。重新計算之後，實驗班同學數學成績
- (1) 真正的算術平均數為【 】分。
- (2) 真正的標準差為【 】分。（利用計算機四捨五入至小數點後第二位）
24. 在 $\left(\frac{2}{x} - x^2\right)^{10}$ 之展開式中
- (1) x^{14} 項之係數為【 】。

(2) x^7 項之係數為【 】。

25. 用黑白兩色正方形瓷磚拼成如附圖，依此規律，第 4 圖需要【 】個白色瓷磚；若以 a_n 表示第 n 圖需要的白色瓷磚數量，則 $a_n =$ 【 】。

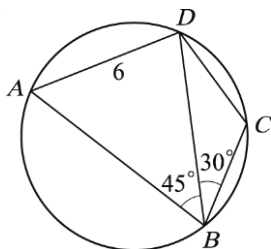


26. (1) 若數列 $\langle a_n \rangle$: 2, 5, 8, 11, 14, 17, …… 為等差數列，則第 n 項 $a_n =$ 【 】，前 n 項和 $S_n =$ 【 】。
- (2) 若數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，且 $a_6 = 7$ ，公差 $d = -4$ ，則第 n 項 $a_n =$ 【 】，前 n 項和 $S_n =$ 【 】。
27. 一等差數列中，首項是 12，公差是 7，則 124 是此數列的第【 】項。
28. 某校高三八班有 44 位同學，國文期考成績之分配如附表：

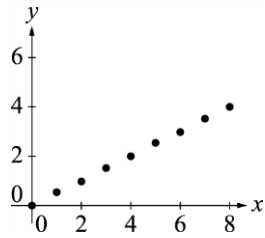
| | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 分數 | 93 | 92 | 91 | 90 | 89 | 88 | 87 | 86 |
| 人數 | 2 | 1 | 2 | 4 | 4 | 4 | 3 | 4 |
| 分數 | 85 | 84 | 83 | 82 | 81 | 80 | 79 | 78 |
| 人數 | 3 | 3 | 4 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 |

則其中位數為【 】。【成功高中】

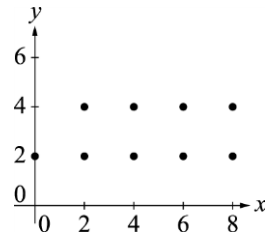
29. 學校舉行複習考，共考國文、英文、數學、自然及社會等 5 科。要安排在一週七節內考完（上午 4 節，下午 3 節），其中上午考 3 科，下午考 2 科，並安排上、下午各一節自習供同學準備。若限定數學必在早上考，自然必在下午考，且第四、七節不能排自習，在此條件下，考程表有【 】種不同的排法。【生活應用題】【興大附中】
30. 試求 $\sin 300^\circ \tan 150^\circ + \sin 150^\circ \cos 120^\circ =$ 【 】。
31. 如圖所示， $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\angle DBC = 30^\circ$ ， $\angle ABD = 45^\circ$ 且 $\overline{AD} = 6$ ，求 \overline{CD} 的長度為【 】。【臺中二中】



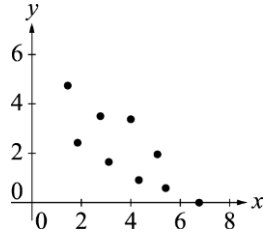
32. 第 8 項為 18，第 20 項為 -174 之等差數列，首 n 項之和 S_n ，則 S_n 之最大值為【 】。【建國中學】
33. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = \sqrt{6}$ ， $\overline{AC} = \sqrt{3} + 1$ ， $\angle B = 75^\circ$ ，則 $\angle C =$ 【 】， $\angle A =$ 【 】， $\overline{BC} =$ 【 】。
34. 附圖為變數 X 與 Y 的散布圖，如圖(一)至(五)所示，每個圖都有 9 個點， X 與 Y 的相關係數依序為 r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 ，試比較 r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 的大小順序為【 】。【北一女中】



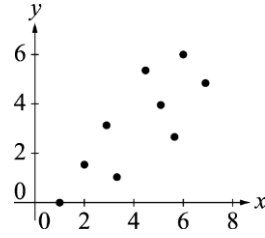
圖(一)



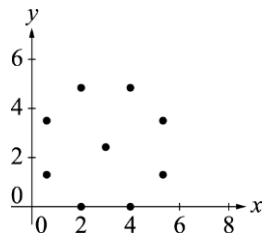
圖(二)



圖(三)

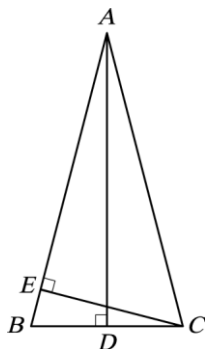


圖(四)



圖(五)

35. 設 $P_4^n : P_3^{n+1} = 12 : 7$ ，求 $n =$ 【 】。【臺南一中】
36. 擲一枚均勻硬幣三次，每出現一個正面得 6 元，一個反面賠 2 元，則所得總額之期望值為【 】元。
37. $a = \sin 860^\circ$ ， $b = \cos 430^\circ$ ， $c = \tan 80^\circ$ ， $d = \cos 2020^\circ$ ，則 a, b, c, d 的大小順序為【 】。【新竹高中】
38. 計算級數 $1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \dots + 18 \times 20 =$ 【 】。【興大附中】
39. 從玫瑰、菊花、杜鵑、蘭花、山茶、水仙、繡球等七盆花中選出四盆靠在牆邊排成一列，其中杜鵑及山茶都被選到，且此兩盆花位置相鄰的排法有【 】種。【102.指考乙】
40. 1 到 100 的自然數中，是 3 的倍數或 5 的倍數者共有【 】個。
41. 小王向銀行借款 10000 元，每年複利計算一次，預定兩年還清，若第一年年底還 5200 元，第二年年底還 5253 元後還清，則小王借款的年利率為【 】。【生活應用題】【建國中學】
42. 如圖所示，等腰 $\triangle ABC$ ，如果底邊 \overline{BC} 上的高為腰 \overline{AB} 上高的 2 倍，則 $\cos B =$ 【 】。【建國中學】



43. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的每一項均為正數，已知 $a_n^2 = a_{n-1} \times a_{n+1}$ ， $n \geq 2$ ，且 $a_3 = 4$ ， $a_7 = 64$ ，則 $\langle a_n \rangle$

的前十項和 $S_{10} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

44. 將「排列組合棒棒棒」7個字全取排成一列，「排」皆不與任何「棒」字相鄰的排列方法有 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 種。【鳳山高中】

45. 設 $4, 7, 10, 13, \dots$ 為一等差數列，則：

(1) 第12項為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

(2) 一般項 a_n 為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

(3) 若 $a_n = 88$ ，則 $n = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

46. 某製造商擬出售10個貨物給批發商，但此批貨物中有1個是壞的。批發商的驗貨方式為「從中任意選取3個貨物來檢查，若有缺陷則整批退回，否則全部買下」，今一個貨物成本為300元（不論好壞），賣給批發商的價格為一個800元，則此製造商獲利的期望值為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 元。【生活應用題】【武陵高中】

47. 設一群資料：

| | | | | |
|-----|---|---|---|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | 3 | 5 | 6 | 10 |

則 y 對 x 的最適直線方程式為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

48. 下表是臺南市上一年度對於未戴安全帽，所造成機車事故傷亡的紀錄表，則：

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------|---|----|----|----|---|---|----|----|---|----|----|----|
| 月分 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 次數 (人) | 5 | 12 | 10 | 13 | 5 | 8 | 12 | 15 | 9 | 10 | 10 | 11 |

該年度因未戴安全帽，所造成傷亡的算術平均數是每月 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 人。

49. 一袋子裡有同形同質的卡片52張，每張卡片上各有一個1至52的不同號碼。今自袋中同時任意抽出兩張卡片，則卡片上2個號碼的和恰為36的機率為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

50. $\sin^2 40^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 130^\circ + \sin^2 145^\circ$ 的值为 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

簡答

1. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 2. -1512 3. $\frac{325}{4}$ 4. $\frac{1}{28}$ 5. 315 6. 138207 7. 190 8. (1) $\frac{5}{12}$; (2) $\frac{5}{9}$

9. (1) 0.8 ; (2) 15 10. $\frac{11}{7}$ 11. 96 12. (1) 300 ; (2) 156 ; (3) ①2410 ; ②163

13. (2, 7) 14. 7 15. (1) 31 ; (2) 1296 16. 10 17. 120 18. 1 19. (1) $\frac{8}{17}$; (2) $\frac{8}{15}$

20. 41 21. 10 22. $200\sqrt{30}$ 23. (1) 57 ; (2) 5.74 24. (1) 180 ; (2) 0 25. 23 ; $5n+3$

26. (1) $3n-1$, n 為正整數 ; $\frac{3n^2+n}{2}$, n 為正整數 ; (2) $-4n+31$, n 為正整數 ; $-2n^2+29n$, n

為正整數 27. 17 28. 86 29. 216 30. $\frac{1}{4}$ 31. $3\sqrt{2}$ 32. 594 33. $60^\circ ; 45^\circ ; 2$

34. $r_1 > r_4 > r_2 > r_5 > r_3$ 35. 6 36. 6 37. $c > a > b > d$ 38. 2451 39. 120 40. 47 41. 3%

42. $\frac{1}{4}$ 43. 1023 44. 240 45. (1) 37 ; (2) $3n+1$, n 為正整數 ; (3) 29 46. 2600

47. $y = \frac{1}{2} + \frac{11}{5}x$ 48. 10 49. $\frac{1}{78}$ 50. 2